

物理問題 I

次の文を読んで、 に適した式または数値をそれぞれの解答欄に記入せよ。

図1のように、質量 m の粒子が、速さ v で、半径 r の球殻内面と弾性衝突を繰り返している。球殻との衝突角度を θ (ラジアン) とする。

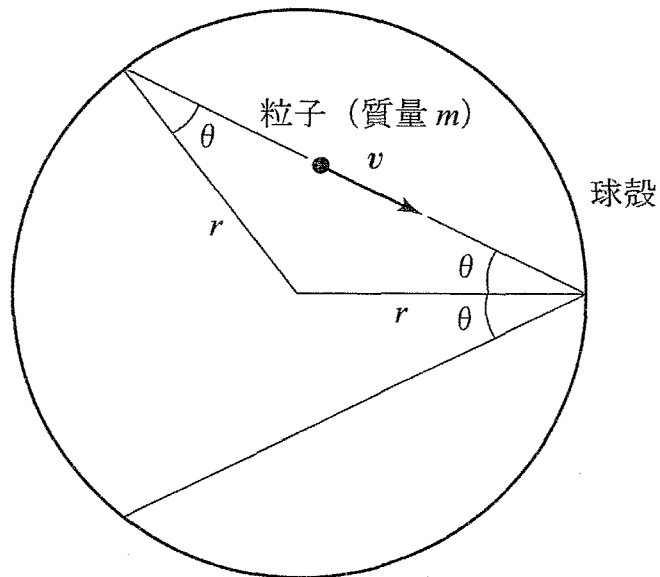


図1

1つの粒子が1回の衝突で球殻に与える力積は ア である。これを球殻に衝突してから次に衝突するまでの時間(飛行時間)で割ることにより、単位時間当たりの力積の総和 イ が与えられる。速さ v の N 個の粒子が互いに衝突することなく、球殻内面の様々な場所で衝突を繰り返しているとする。球殻が平均的に受ける圧力 P は、単位時間当たりの力積を球殻の表面積で割った量で与えられる。すなわち、

$$P = N \times \text{ウ} \quad (1)$$

となる。

さて、この球殻の半径をゆっくりと縮めていく過程を考えよう(図2)。半径が縮む速度 w は粒子の速度 v に比べて十分小さいものとする。

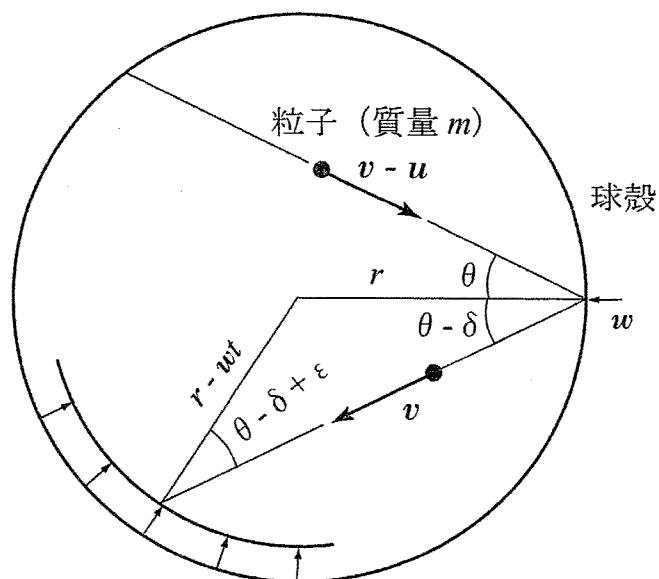


図2

粒子が速度 $v - u$ 、角度 θ で、速度 w で近づいてくる壁(球殻)に衝突した。この衝突によって、粒子の速度は v へと増加し、反射角度は $\theta - \delta$ へと減少した。壁に垂直な方向の運動については、速度 w で移動する壁を中心に完全反射するので

$$(v - u) \cos \theta + w = v \cos(\theta - \delta) - \boxed{\text{エ}} \quad (2)$$

が成り立つ。壁に平行な方向の運動については、運動量が保存されるので

$$(v - u) \sin \theta = v \sin(\theta - \delta) \quad (3)$$

が成り立つ。小さい δ に対して $\sin(\theta - \delta) \doteq \sin \theta - \delta \cos \theta$ 、および $\cos(\theta - \delta) \doteq \cos \theta + \delta \sin \theta$ の関係が成り立つとして関係式(2)と(3)を解くと、1回の衝突による速度の増加分 u は(w, θ を用いて) $\boxed{\text{オ}}$ 、角度の減少分 δ は(w, v, θ を用いて)

$\boxed{\text{カ}}$ で与えられる。

さて、時刻0(ゼロ)で角度 $\theta - \delta$ で反射した粒子が次に球殻に衝突する時刻 t には、球殻の半径は $r - wt$ に縮小している。この半径の縮小に伴い、衝突角度は $\theta - \delta$ から ϵ だけ増加したとする。図2からわかるように

$$r \sin(\theta - \delta) = (r - wt) \sin(\theta - \delta + \epsilon) \quad (4)$$

の関係が成り立つ。この間の飛行時間を $t = \frac{2r \cos(\theta - \delta)}{v}$ と近似すれば、この飛行時間によって生じる衝突角度の増加分 ϵ は(w, v, θ, δ を用いて) キと表される。この ϵ は、半径が縮む速さ w が十分小さい極限では δ と等しい。つまり、球殻半径をゆっくりと縮小させる過程では、1回の衝突によって生じた角度の減少分 δ は飛行時間によって生じた角度の増加分 ϵ によって相殺され、衝突角度は常に一定に保たれる。

一方、粒子の速さは衝突のたびに増加する。衝突1回当たりに速さが増える率と半径が縮小する率の積は(w, v, θ, δ を用いて)

$$\frac{v}{v - u} \times \frac{r - wt}{r} = \text{ク} \quad (5)$$

で与えられる。この量は衝突角度 θ に比べてその変動 δ が小さい極限で1となる。したがって、粒子の速さ v は、球殻の半径 r に反比例して変化する。

球殻の受ける圧力は、単位時間当たりの力積を球殻の表面積で割った量で与えられるが、それは式(1)で見たように、粒子の速さ v の2乗に比例し、半径 r の3乗に反比例する。上で調べたように、球殻半径をゆっくり変化させる場合には、粒子の速さが半径に反比例するので、圧力 P は体積の ケ 乗に比例して変化する。

物理問題 II

次の文を読んで、には適した式または数値を、{ }からは正しいものを選びその番号を、それぞれの解答欄に記入せよ。

水平な板の上に、図1のように導体でできた十分に長い2本のレールが間隔 L で平行に置かれている。電気抵抗が R_1 の金属棒 M_1 と、電気抵抗が R_2 の金属棒 M_2 はともに長さが L で、絶縁体の糸でつながれて2本のレールに直交して置かれ、その上を左右に摩擦なく動けるようになっている。2本のレール間には一様な磁束密度 $B (> 0)$ の磁界が鉛直上向きにかかっている。金属棒 M_1 の中心には、おもりと板との摩擦により、左向きに力をかけることができるようになっている。ただし、電気抵抗は $R_1 > R_2$ とする。また、金属棒 M_1 と M_2 以外の導体の電気抵抗、および電流により発生する磁界は無視できるものとする。

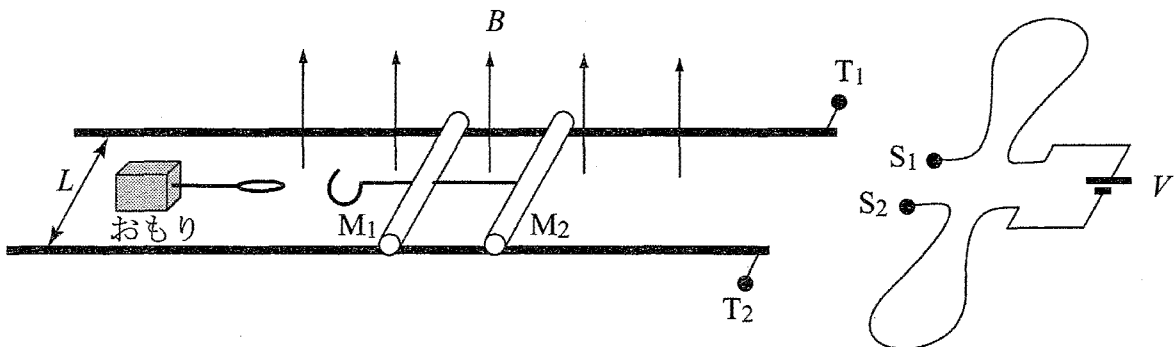


図1

- (1) 電圧 V の直流電源をレールにつないで金属棒 M_1 と M_2 を右向きに動かすためには、{イ ① 端子 S_1 を端子 T_1 につなぎ、端子 S_2 を端子 T_2 につなく、② 端子 S_1 を端子 T_2 につなぎ、端子 S_2 を端子 T_1 につなく}が必要である。各端子をこのようにつないで電流を流しても金属棒 M_1 と M_2 が動かないようにするためには、大きさ の力をおもりによってかけなければならない。このとき直流電源から流れ出る電流は である。

(2) おもりをはずしておもりによる力が働かないようにすると、金属棒 M_1 と M_2 は右向きに動き出し、その速さは次第に増加する。金属棒 M_1 と M_2 の速さが u のとき、磁界によって金属棒 M_1 に生じる起電力の大きさは であり、金属棒 M_1 を流れる電流の大きさは である。また、金属棒 M_1 に働く電磁力は である。金属棒 M_1 と M_2 の質量が等しい場合には、これら 2 つの金属棒の加速度とそれぞれに働く力の関係を考察することにより、両金属棒をつなぐ糸には の張力が働いていることがわかる。この金属棒 M_1 と M_2 の動く速さはやがて一定の値 になり、直流電源から流れ出る電流の大きさは となる。

(3) 次に、(1)の場合とは異なるおもりをつけて金属棒 M_1 に力 F をかけた場合を考える。ただし、力 F は前出の の力よりも小さいものとする。上と同様に結線をして電流を流し、金属棒 M_1 と M_2 が動きだし、やがて一定の速さになったとき、その速さは である。このとき金属棒 M_1 と M_2 に働く電磁力が力 F に逆らってする単位時間あたりの仕事 P_F は である。一方、金属棒 M_1 と M_2 で発生するジュール熱の和 P_J は単位時間あたり である。また電源が単位時間あたりにする仕事 P_V は である。これらより、 P_F と P_J と P_V の間には の関係が成り立つ。

物理問題 III

次の文を読んで、には適した式を、また{ }からは正しいものを選びその番号を、それぞれの解答欄に記入せよ。

- (1) 一般に熱の出入りを伴わない状態変化を断熱変化と呼ぶが、気体の断熱変化では、変化の各段階で平衡状態が実現しているならば、 $(\text{圧力}) \times (\text{体積})^\gamma = \text{一定}$ という関係が成り立つ。べき定数 γ は気体の種類によって異なるが、必ず1より大きい値をもつ。以下では、空気に対するべき定数を、 γ と表す。

空気は断熱性がよいので、大気中の空気のゆっくりとした移動は、断熱変化とみなすことができる。いま、こうした断熱変化をくりかえした結果、大気の圧力や温度は、高度によって決定されているとしよう。また、空気1 molあたりの質量を w とし、この値は高度によらず一定とする。このとき、地表の気温を絶対温度で T_0 (以下、温度はすべて絶対温度とする)、気体定数を R 、地表における空気の密度を ρ_0 とすれば、地表における大気の圧力はあで与えられる。また、ある高度における大気の温度を T とするとき、その高度での大気の圧力はい、密度はうと表される。

- (2) さて、大気が上に述べたような状態にあるときに、熱気球を飛ばすことを考えてみよう。気球は断熱性の布でできており、気体の部分を除いた気球の質量は M である。最初、気球は空気が入っていない体積0 (ゼロ)の状態であった。飛ばないように気球を固定し、気球の下部が開いた状態で、外気を熱して温度 T_1 にした空気を体積えだけ詰めたところ、気球は浮かび始めた。さらに続けて、温度 T_1 の空気を気球の体積が V になるまで入れた。このときの気球内の空気の物質量はお molである。また、空気の定積モル比熱を C_V とすると、気球内に入った空気には、もとの大気の状態からかの熱が加えられ、内部エネルギーはきだけ増加したことになる。

(3) ここで、気球の下部を閉じ、固定をはずして気球を飛ばしたところ、ある高度まで上がって静止した。気球内の空気の温度 T_1 と体積 V が変化しないとすると、この高度での大気温度は である。さらに、気球の下部を開き、体積は V のまま気球内の空気の温度を にしたとき、気球の高度は変わらなかった。

このときの気球内の空気の温度は、 $\left. \begin{array}{l} \text{① } T_1 \text{ より高い} \\ \text{こ ② } T_1 \text{ より低い} \\ \text{③ } T_1 \text{ と同じである} \end{array} \right\}$ 。

物理問題は、このページで終わりである。